
ANALYSIS OF RL -CIRCUIT SUPPLIED BY VOLTAGE WITH SINUS OR SQUARE WAVEFORM

Goce StefanovFaculty of Electrical Engineering – Stip, Republic North Macedonia goce.stefanov@ugd.edu.mk,**Vasilija Sarac**Faculty of Electrical Engineering – Stip, Republic North Macedonia, vasilija.sarac@ugd.edu.mk

Abstract: The serial connection of resistor R and inductance L is a basic electronic circuit. It's the same is main circuit in industrial power consumers: electric motors, induction furnaces, welding devices and other electrical consumers. The ratio of the values on resistor and inductance in the serial circuit determines the amount of active energy that the power source delivers to the consumer. From the power point of view, the amount of this energy should be as high as possible, ie the circuit should work with a good power factor and a good efficiency.

When the RL -circuit is supplied by sinusoidal-prostoperiodic voltage the amount of active energy is determined by the values on effective voltage and current in the circuit, and the power factor determined by the phase difference between the voltage and current. In the literature there is detail information for the work of the serial RL -circuit supplied by sinusoidal voltage.

The situation is quite different when the RL -circuit is supplied by voltage with square waveform. The amount of delivered energy then depends not only on the phase difference between the voltage and the current, but also and from the harmonic distortion of the magnitudes of the voltage and current.

Such RL -circuits, supply by voltage with square waveform are found in all power converters: speed regulators in directional and alternating motor, induction heating devices, voltage regulators for different RL -consumers. In the literature which deals with this matter, there is room for clarification of nature of the behavior on RL -circuit supply by voltage with square waveform.

In this paper first is made a mathematical calculation of power when the serial RL -circuit is supplied by voltage with sinus waveform and when it is supplied by voltage with square waveform. Also are give the results obtained with simulations in the PowerSim software package. In finally are given the experimental results of this circuit. An analysis of the obtained results and a comparison of the performance of the RL -circuit supply by the two analyzed waveforms, sinusoidal and quadratic are made.

Keywords: RL -circuit, power factor, efficiency.

АНАЛИЗА НА RL -КОЛО НАПОЈУВАНО ОД НАПОН СО СИНУСИОДАЛНА ИЛИ КВАДРАТНА БРАНОВА ФОРМА**Гоце Стефанов**Електротехнички факултет – Штип, Република Северна Македонија goce.stefanov@ugd.edu.mk**Василија Шарац**Електротехнички факултет – Штип, Република Северна Македонија vasilija.sarac@ugd.edu.mk

Резиме: Сериската врска на отпорник R и индуктивност L е основно електронско коло. Тоа исто е и главно коло во индустриски енергетски потрошувачи: електрични мотори, индукциони печки, уреди за електролачно заварување и други електрични потрошувачи. Односот на вредностите на отпорникот и индуктивноста во сериското коло ја одредува количината на активната енергија која изворот на напојување ја предава на потрошувачот. Од електроенергетски аспект, потребно е количината на оваа енергија да биде што е можно поголема, односно колото да работи со добар фактор на моќност и добар коефициент на полезно дејство.

Кога RL -колото се напојува со синусиодален-простопериодичен напон, количината на активната енергија е одредена од ефективните вредности на напонот и струјата во колото како и факторот на моќност одреден од фазната разлика меѓу напонот и струјата. Во литературата постојат информации кои во детали ја анализираат работата на сериското RL -коло напојувано од напон со синусиодална бранова форма.

Состојбата е сосема различна кога RL -колото се напојува од напон со квадратна бранова форма.

Тогаш количината на предадената енергија не зависи само од фазната разлика меѓу напонот и струјата, туку и од хармониското избличување на величините на напонот и струјата.

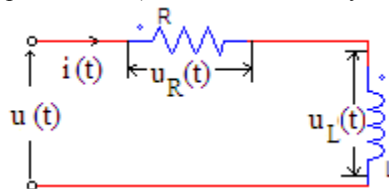
Вакви RL -кола напојувани од напон со квадратна бранова форма се среќаваат кај сите енергетски конвертори: регулатори на брзина на еднонасочни и наизменични мотори, уреди за индукционо загревање, регулатори на напон за различни RL -потрошувачи. Во литературата која ја обработува оваа материја постои простор за дообјаснување на природата на однесување на RL -коло напојувано од напон со квадратна бранова форма.

Во овој труд, најпрво е направена математичка пресметка на моќноста кога сериското RL -коло се напојува со синусен напон и кога се напојува со напон со квадратна бранова форма. Потоа се дадени резултатите добиени со симулации во програмскиот пакет PowerSim. На крајот се дадени добиените експериментални резултати од работата на ова коло. Направена е анализа на добиените резултати и споредба на работата на RL -колото напојувано од напон за двата анализирани случаи, т.е. синусна бранова форма и квадратна.

Клучни зборови: RL -коло, фактор на моќност, ефикасност.

1. ВОВЕД

На сликата 1 е прикажано сериско поврзано RL -коло. Означените величини на сликата се: $u(t)$ е влезниот напоен напон, $u_R(t)$ е напонот на отпорникот, $u_L(t)$ е напонот на индуктивноста и $i(t)$ е струјата во колото

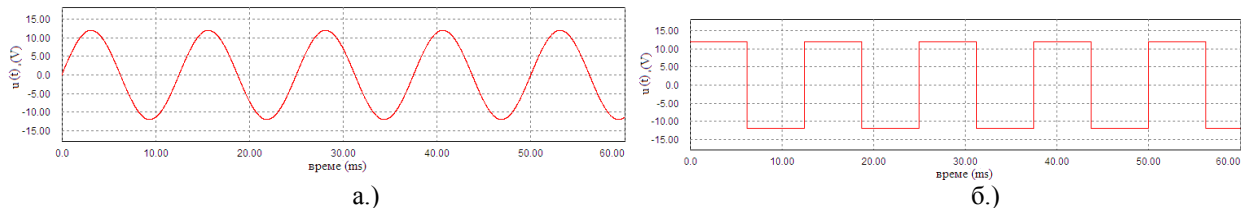


Слика. Сериско поврзано RL -коло.

Кај сериско поврзано RL -коло врската меѓу струјата во колото $i(t)$ и влезниот напоен напон $u(t)$ е опишана со линеарна нехомогена диференцијална равенка од прв ред [1], [2], [3].

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L} \frac{du(t)}{dt} \quad (1)$$

Равенката (1) е општа и може да се примени за двата случаи, т.е. кога влезниот напон е со синусна бранова форма (наизменичен напон) и кога влезниот напон е со квадратна бранова форма. На сликата 2 се прикажани овие бранови форми за синусен напоен напон, (слика 2.а.), со ефективна вредност $U = 8.5 \text{ V}$ и максимална вредност $U_m = 12 \text{ V}$, како и за квадратен напоен напон со амплитуда $\pm 12 \text{ V}$, (слика 2.б.).



Слика 2. а.) Влезен напон на RL -колото со синусна бранова форма (наизменичен напон), ефективна вредност $U = 8.5 \text{ V}$ и максимална вредност $U_m = 12 \text{ V}$, б.) Влезен напон на RL -колото со квадратна бранова форма (биполарен сигнал) и амплитуда $\pm 12 \text{ V}$.

2. ПРЕСМЕТКА НА МОЌНОСТА

Активната моќност P во општ случај може да се пресмета како:

$$P = UI PF \quad (2)$$

Во (2) U е ефективна вредност на влезниот напон на потрошувачот, во анализираниот случај RL -колото, I е струјата низ потрошувачот и PF е факторот на моќност на колото [4-7].

2.1 ПРЕСМЕТКА НА МОЌНОСТА КОГА ВЛЕЗНИОТ НАПОН Е СО СИНУСНА БРАНОВА ФОРМА

Кога влезниот напон на RL -колото е со синусна бранова форма факторот на моќност зависи само од фазната разлика меѓу напонот и струјата во колото, т.е.:

$$PF = \cos \varphi \quad (3)$$

Во (3) φ е фазен агол меѓу напонот и струјата и за синусен напоен напон тој е одреден како:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\omega_s L}{R}\right) \quad (4)$$

Во (4) ω_s е кружна фреквенција која е поврзана со работната фреквенција f_s како $\omega_s = 2\pi f_s$.

Од друга страна за напојување од напон со синусна бранова форма, ефективната вредност на напонот е поврзана со максималната вредност како:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

а ефективната вредност на напонот и струјата се поврзани со модулот на импедансата во колото Z , т.е.:

$$I = \frac{U}{|Z|} \quad (6)$$

После замената на (3), (4), (5) и (6) во (2), за моќноста во RL -колото кога напојниот напон е со синусна бранова форма се добива:

$$P = \frac{U_m^2}{2|Z|} \cos\left[\arctg\left(\frac{\omega_s L}{R}\right)\right] \quad (7)$$

Во табелата 1 се дадени податоци за направената пресметка за моќноста со (7), за RL - коло во случај кога се напојува со синусен напон. Вредностите на RL се: $R = 1,9 \Omega$ и $L = 15,139 \text{ mH}$. Работната фреквенција е $f_s = 50 \text{ Hz}$. Модулот на импедансата е $|Z| = (R^2 + (\omega L)^2)^{1/2} = 5,12 \Omega$. Фазниот агол φ пресметан со (4) е $68,25^\circ$. $\cos\varphi = 0,37$.

2.2 ПРЕСМЕТКА НА МОЌНОСТА КОГА ВЛЕЗНИОТ НАПОН Е СО КВАДРАТНА БРАНОВА ФОРМА

Кога RL -колото се напојува од напон со квадратна бранова форма (биполарна поворка на импулси) моќноста се пресметува со општата равенка (2). Но во овој случај факторот на моќност се дефинира како [5-8]:

$$PF = DF_u \cdot DF_i \cdot DPF \quad (8)$$

Во последната равенка DF_u е фактор на изобличување на напонот. Тој се дефинира како однос на ефективната вредност на основниот хармоник на напонот U_1 и ефективна вредност на вкупниот напон U , т.е.:

$$DF_u = \frac{U_1}{U} \quad (9)$$

Вториот член во равенката (8) DF_i е фактор на изобличување на струјата. Тој се дефинира како однос на ефективната вредност на основниот хармоник на струјата I_1 и ефективна вредност на вкупната струја I , т.е.:

$$DF_i = \frac{I_1}{I} \quad (10)$$

Третиот член во равенката (8) $DPF = \cos\varphi$ е факторот на моќност поради фазниот агол или фактор на поместување.

Разгледуваме случај кога RL -сериското коло е напојувано со квадратен напон со фактор на исполнетост $D = 0,5$, како и работна фреквенција при која и струјата во колото е блиска до квадратни биполарни импулси со фактор на исполнетост $0,5$. Тогаш факторот на изобличување на напонот $DF_u = 0,9$ и факторот на изобличување на струјата $DF_i = 0,9$ [7]. Со тоа (8) добива форма:

$$PF = 0,9 \cdot 0,9 \cdot \cos\varphi = 0,81 \cos\varphi \quad (11)$$

Од друга страна, кога колото се напојува со поворка на квадратни импулси со амплитуда $\pm U_m$ и занемарувајќи ги падовите на напоните на полупроводничките прекинувачи, (кои во случај на IGBT транзистори се од $1,5 \text{ V}$ до $2,5 \text{ V}$, а во случај на MOS транзистори, поради малиот отпор на каналот, е ред на милivolти), ефективната вредност на напојниот напон е U_m . Во таков случај моќноста во колото е одредена како:

$$P = 0,81 \frac{U_m^2}{|Z|} \cos\varphi \quad (12)$$

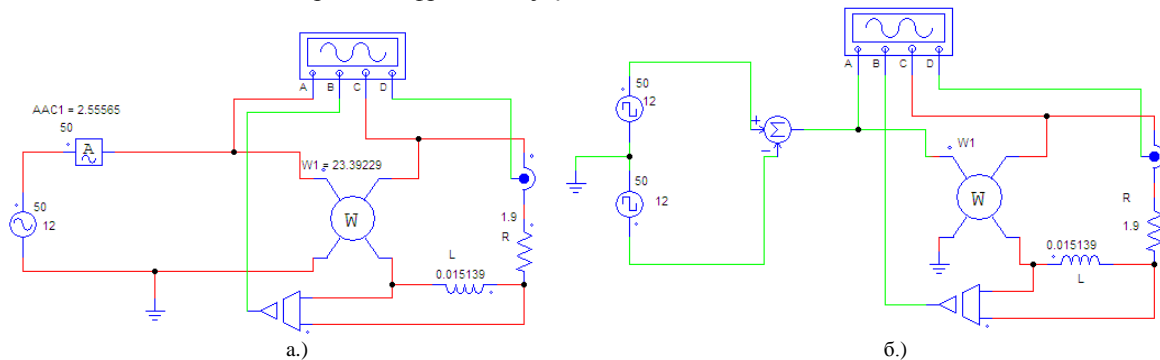
Во (12) е земено во предвид дека ефективната вредност на струјата е:

$$I = \frac{U_m}{|Z|} \quad (13)$$

Со (12) е одредена моќноста во RL -сериско коло кога се напојува од напон со квадратна бранова форма. Во табелата 2 се дадени податоците за направената пресметка на моќноста со (12), за RL - коло во случај кога се напојува од напон со квадратна бранова форма.

3. СИМУЛАЦИИ НА RL -КОЛОТО

Колото за симулации во PowerSim програм [9] кога RL -колото се напојува со напон со синусна бранова форма е прикажано на сликата 3а, а на сликата 3б е прикажано колото за симулации во случај на напојување од напон со квадратна бранова форма. Симулациите се правени на RL -коло со вредности $R = 1,9 \Omega$, $L = 15,139 \text{ mH}$ и работна фреквенција $f_s = 50 \text{ Hz}$.



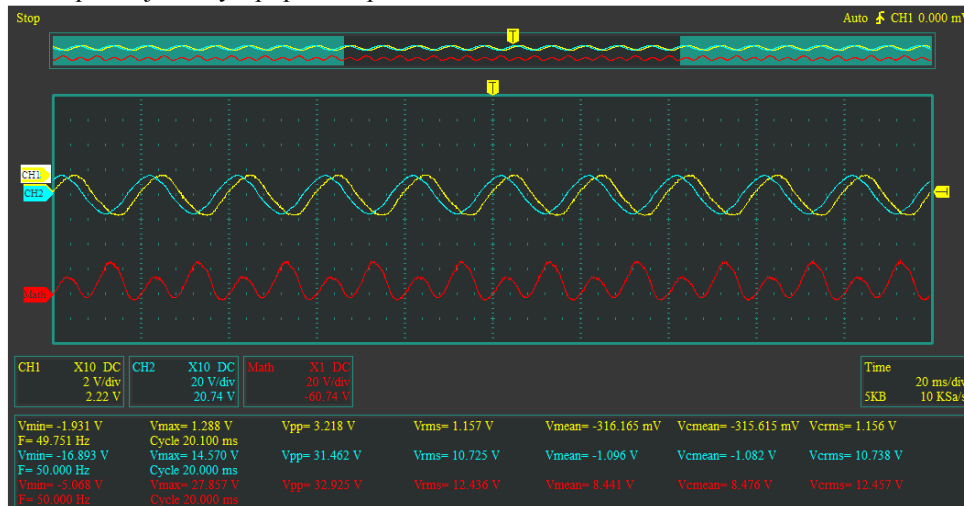
Слика 3. а.) Коло за симулации кога RL -колото се напојува со синусен напон, б.) Коло за симулации кога RL -колото се напојува со напон со квадратна бранова форма и фактор на исполнетост $D = 0,5$.

Во табелите 1 и 2 се дадени податоци за ефективната вредност на напонот U , ефективната вредност на струјата I , максималната амплитуда на напонот U_m и моќноста P на RL -колото добиени со симулации на колото од сликата 3.

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

4.1 Експериментални резултати кога RL -колото се напојува со напон со синусна бранова форма

Во експерименталната фаза, мерењата се правени со дигитален осцилоскоп Instrustar 205A [10]. Тој има 2 канали и посебно е погоден за анализа на мултиплиран сигнал, добиен од сигналите на двата канали, т.е. ако на едниот канал А е сигналот на струјата, а на другиот канал В е сигналот на напонот, овој осцилоскоп дава можност за мултипликација на двата сигнали А и В. Всушност мултиплицираниот сигнал е сигналот на моќност. Вака добиениот сигнал е флексибилен, односно осцилокопот дава можност да се одреди средната вредност на мултиплицираниот сигнал. Тоа всушност е активната моќност во колото. На сликата 4 е прикажан осцилограм кој го илустрира погоре кажаното.



Слика 4. Осцилограф на брановите форми на струјата канал CH1, напонот канал CH2 и моќноста канал math. Од сликата 4 може да се види дека за ефективна вредност на напонот 10,73 V, максимална вредност на напонот 14,57 V и ефективна вредност на струјата 1,157 A, активната моќност во колото е 8,441W. Во табелата 1 се дадени резултатите од експерименталното мерење за моќноста во колото за шест вредности на влезниот напон.

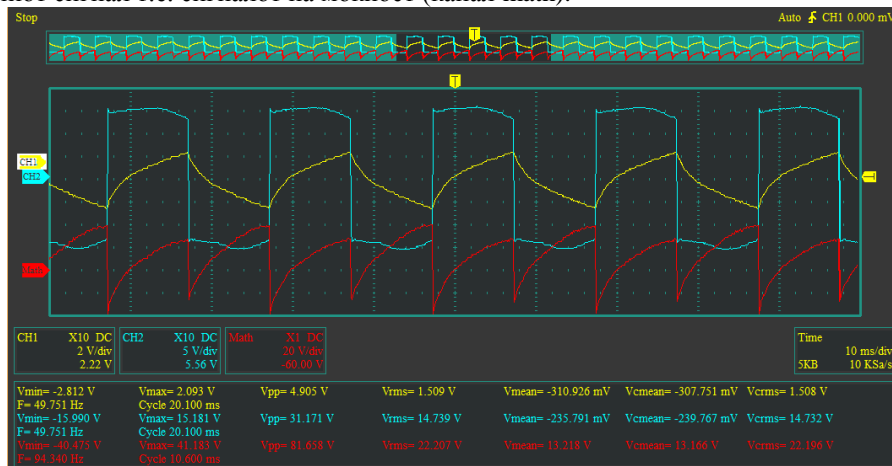
4.2 Експериментални резултати кога *RL*-колото се напојува со напон со квадратна бранова форма

Во експерименталното мерење, за генерирање на напон со квадратна бранова форма, е развиен прототип на мостен конвертор реализиран со 4 MOS транзистори. Во основа е употребен мостен конвертор BST7960. Контролната електроника е реализирана со АМega 328P микроконтролер. Прототипот е прикажан на сликата 5.



Слика 5. Прототип на контролно коло базирано на микроконтролер Амега 328P и мостен конвертор реализиран со BST7960 за генерирање на биполарен квадратен напон

Мерењето на брановите форми на влезот од *RL*-колото (излез од конверторот), е направено со истиот дигитален осцилоскоп како во случајот при напојување со синусен напон. На сликата 6 е прикажан осцилографот кој ги прикажува брановите форми на струјата (канал 1), на напонот (канал 2) и мултиплицираниот сигнал т.е. сигналот на моќност (канал math).



Слика 6. Осцилограф на брановите форми на струјата канал CH1, напонот канал CH2 и моќноста канал math, кога влезниот напон во *RL*-колото е со квадратна бранова форма.

Од сликата 6 се гледа дека осцилограмот е добиен за ефективна вредност на напонот 14,75 V, максимална вредност на напонот 15,18 V. При овие вредности на напонот, моќноста во колото е 13,22 W.

При напојување со напон со квадратна бранова форма, како што е кажано погоре, ефективната вредност на напонот е блиска со максималната вредност на напонот и всушност е иста со напонот на напојување на конверторот. Разликата е само поради падот на напонот на 2 прекинувачи во мостот, кои во моментот проведуваат.

5. ЗБИРНИ РЕЗУЛТАТИ

Во табелата 1 се дадени збирни резултати за податоците за моќноста во *RL*-колото добиени со пресметка со (7), симулации според колото од сликата 3а и со експериментално мерење кога *RL*-колото се напојува од напон со синусна бранова форма.

Во табелата 2 се дадени збирни резултати за податоците за моќноста во RL -колото добиени со пресметка со (12), симулации според колото од сликата 3б и со експериментално мерење кога RL -колото се напојува од напон со квадратна бранова форма.

Табела 1 Податоци за моќноста во RL -колото добиени со пресметка со (7), симулации според колото од сликата 3а и со експериментално мерење кога RL -колото се напојува од напон со синусна бранова форма

пресме			симул				експери			
U [V]	U_m [V]	P [W]	U [V]	I [A]	U_m [V]	P [W]	U [V]	I [A]	U_m [V]	P [W]
2,11	2,98	0,32	2,11	0,29	2,98	0,36	2,11	0,17	2,59	0,32
4,91	6,93	1,74	4,92	0,68	6,93	1,45	4,91	0,47	6,64	1,77
9,60	13,54	6,68	9,60	1,32	13,54	5,82	9,60	0,98	12,27	6,60
10,73	15,13	8,30	10,73	1,27	15,13	6,44	10,73	1,16	14,57	8,44
16,18	22,82	18,88	16,18	2,23	22,82	15,76	16,18	1,88	21,23	18,69
18,33	25,84	24,21	18,32	2,52	25,84	23,81	18,33	2,19	24,42	23,82

Табела 2 Податоци за моќноста во RL -колото добиени со пресметка со (12), симулации според колото од сликата 3б и со експериментално мерење кога RL -колото се напојува од напон со квадратна бранова форма

пресме			симул				експери			
U [V]	U_m [V]	P [W]	U [V]	I [A]	U_m [V]	P [W]	U [V]	I [A]	U_m [V]	P [W]
2,11	2,98	0,52	2,98	0,53	2,98	0,53	2,90	0,53	2,90	0,52
4,91	6,93	2,82	6,93	1,23	6,93	2,67	6,83	1,23	6,83	2,57
9,60	13,54	10,77	13,54	2,40	13,54	8,91	12,74	1,28	13,72	9,96
10,73	15,13	13,44	15,13	2,68	15,13	11,21	14,74	1,51	15,18	13,22
16,18	22,82	30,58	22,82	4,04	22,82	25,40	22,24	2,60	22,59	30,22
18,33	25,84	39,21	25,84	4,58	25,84	38,75	25,10	3,26	25,11	40,24

6. ЗАКЛУЧОК

Во трудот е направена анализа на RL -коло напојувано со напон со синусна и со квадратна бранова форма. Анализата вклучува математичка пресметка на моќноста, во која се изведени егзактни равенки, компјутерски симулации и експериментални мерења направени на развиен прототип на мостен конвертор. Резултатите од експерименталните мерења за моќноста во колото се исти со оние добиени во пресметката.

ЛИТЕРАТУРА

- Zehendner, M., & Ulmann, M. (2017). *Power Stage Topology Reference Guide*. Texas Instruments.
- Stull, R. (2018). *Why is Power Factor Important When Measuring Efficiency*. www.cui.com.
- Patin, N. (2015). *Power Electronics Applied to Industrial Systems and Transports*. ISTE Press –Elsevier.
- Cheng, H., Ma, Y., & Wang, C. (2018). *IEEE Int. Power Electronics and Application Conf. Exposition 1*.
- Stefanov, G., Karadzinov, Lj., Sarac, V., Atanasova-Pacemska, T., Kukuseva, M., & Dambov, R. (2018). Dependence of the Active Power of the Serial Resonant Bridge Converter from the Phase Difference and the Duty Cycle. *Journal for Science, Technics and Innovations for the Industry MTM (Machines, Technologies, Materials)*, 12 (2), 62-65.
- Vamannan, N., & Hohn, V. (2016). *IEEE Trans. Ind. Appl.* 52, 3267.
- Meim S., Pan, P., Long, X., & Yao, S. (2014). An Active Power-Decoupling Method for Single-Phase AC–DC Converters. *IEEE Journal Transactions on Industrial Informatics*, 10, (1), 461-468.
- Ching, L. C., Ming, T. T., & Jheng, F. S. (2019). Improved One-cycle Control for Realizing AC/DC Power Factor Correction Boost Converter. *Jurnal Sensors and Materials*, 31 (7), 2213–2223.
- PowerSim Software, <http://www.powersim.com/>
www.instrustar.com