
METHODOLOGY FOR THE LEARNING OF AN UNKNOWN ADDEND IN THE NEW BULGARIAN MATHEMATICS FOR THE SECOND GRADE

Gabriela KirovaSofia University St. Kliment Ohridski, Bulgaria, kirova@uni-sofia.bg

Abstract: In the last few years, educational reform has taken place in Bulgaria. It also affects the training in mathematics in the elementary classes. A new Law on Pre-school and School Education³⁶ was adopted in 2015, which initiated the reform. Subsequently, the curricula for individual subjects for all grades and educational degrees were established and officially approved by order of the Minister of Education and Science. From the 2017/2018 school year a new curriculum in Mathematics for the second grade³⁷ is in force. One of the elements of the curriculum in this program is the study of the rules for finding unknown addend and finding an unknown multiplier. At the initial stage of primary education study six subjects for finding unknown components are learned: addend and multiplier in the second grade, minuend and divisible in third grade and subtrahend and divider in the fourth grade. With some conditionality, it can be assumed that these elements of the curriculum are preparing for the study of equations in the algebra course in the following grades. In the Bulgarian pedagogical practice, tasks for an unknown component have never been taught in algebraic ways, on an algebraic basis. In the initial grades these tasks and the related rules are always clarified on an arithmetical basis – based on the dependencies that exist between the components and the results in the pairs arithmetic operations: addition and subtraction, on the one hand, and multiplication and division, on the other. Knowledge of the relationship between pairs of arithmetic actions Bulgarian pupils receive yet in the first grade. Then they assimilate the ability to do a check on the action of subtraction using the action addition. Later, in the second grade, as soon as the two new arithmetic actions were taken – multiplication and division, the students assimilated the ability to test the division by multiplication. Moreover, the action division itself in the Bulgarian school is introduced as the opposite of the action multiplication. On the basis of the new curriculum in Bulgaria, a total of nine mathematics training sets were created, approved by the Ministry of Education and Science, as well as by the teachers and distributed in the school network. As far as they are based on a unified curriculum, it cannot be said they are alternative textbooks. These textbooks are variants. In their development, the authors' teams have applied a variety of methodological approaches to elucidate the new learning content in the lessons of new knowledge. The purpose of the study in this publication is a comparative analysis of the methodological methods of introducing an unknown addend into the nine new mathematics textbooks for the second grade in the lessons of new knowledge. For theory and practice, there is an interest in the advantages and disadvantages of applied approaches in developing and clarifying this component of the curriculum.

Keywords: mathematics, second grade, unknown addend

МЕТОДИКА НА ИЗУЧАВАНЕ НА НЕИЗВЕСТНО СЪБИРАЕМО В НОВИТЕ БЪЛГАРСКИ УЧЕБНИЦИ ПО МАТЕМАТИКА ЗА ВТОРИ КЛАС**Габриела Кирова**Софийски университет “Св. Климент Охридски“, България, kirova@uni-sofia.bg

Абстракт: В последните няколко години в България се провежда образователна реформа. Тя засяга и обучението по математика в началните класове. През 2015 година бе приет нов Закон за предучилищното и училищното образование³⁸, с което се постави началото на реформата. Впоследствие бяха изработени и официално утвърдени със заповед на Министъра на образованието и науката учебните програми по отделните учебни предмети за всички класове и образователни степени. От 2017/2018 учебна година е в сила нова учебна програма по математика за втори клас³⁹. Един от елементите на учебното съдържание в тази програма е изучаването на правилата за намиране на неизвестно събираемо и за намиране на неизвестен

³⁶ School Education Act (2015) at <https://www.mon.bg/bg/57>

³⁷ Mathematics Curriculum for Second Grade, established by Order No. РД 09-300 of 17.03.2016 at <https://mon.bg/bg/2190>

³⁸ Закон за предучилищното и училищното образование (2015) на адрес <https://www.mon.bg/bg/57>

³⁹ Учебна програма по математика за втори клас, утвърдена със Заповед № РД 09-300 от 17.03.2016 г. на адрес <https://mon.bg/bg/2190>

множител. В началния етап на основната образователна степен се изучават общо шест теми за намиране на неизвестни компоненти: събираемо и множител във втори клас, умаляемо и делимо в трети клас и умалител и делител в четвърти клас. С известна условност може да се приеме, че тези елементи от учебното съдържание са подготовка за изучаване на уравнения в курса по алгебра в следващите класове. В българската педагогическа практика задачите за неизвестен компонент никога не са преподавани по алгебричен път, на алгебрична основа. В началните класове тези задачи и свързаните с тях правила се изясняват винаги на аритметична основа – на основата на зависимостите, които съществуват между компонентите и резултатите при двойките аритметични операции: събиране и изваждане, от една страна, и умножение и деление, от друга страна. Знания за връзката между двойките аритметични действия българските ученици получават още от първи клас. Тогава те усвояват уменията да правят проверка на действие изваждане с помощта на действие събиране. По-късно, във втори клас, веднага след усвояване на новите две аритметични действия – умножение и деление, учениците усвояват и уменията да правят проверка на делението чрез умножение. Нещо повече, самото действие деление в българското училище се въвежда като обратно на действие умножение. На основата на новата учебна програма в България бяха създадени, одобрени от Министерството на образованието и просветата, както и от учителите и разпространени в училищната мрежа общо девет учебни комплекта по математика. Доколкото те са съставени на базата на единна учебна програма, не може да се говори за алтернативни учебници. Тези учебници са вариантни. При разработването им авторските колективи са приложили разнообразни методически похвати за изясняване на новото учебно съдържание в уроците за нови знания. Целта на изследването в настоящата публикация е сравнителен анализ на методическите похвати при въвеждане на неизвестно събираемо в деветте нови учебника по математика за втори клас, в уроците за нови знания. За теорията и практиката представлява интерес какви са предимствата и недостатъците на приложените подходи при разработване и изясняване на този компонент от учебното съдържание.

Ключови думи: математика, втори клас, неизвестно събираемо

1. УВОД

По новата учебна програма бяха създадени, одобрени от Министерството на образованието и науката и избрани от учителите в началния етап на основната образователна степен общо девет учебни комплекта. Те са на издателствата: РИВА, Просвета, Просвета Плюс, Питагор и Златното пате, Архимед, Анубис, Бит и техника, БУЛВЕСТ 2000 и Скорпио. Разглежданите в тази статия учебници по математика за втори клас са следните: на издателство РИВА учебник с автори Л. Алексиева и М. Кирилова (за краткост наричан тук учебник 1 – У1)⁴⁰; на издателство Просвета учебник с автори Гарчева, Ю., А. Манова (за краткост наричан тук учебник 2 – У2)⁴¹; на издателство Просвета Плюс с автори В. Ангелова и С. Дойчинова (за краткост наричан тук учебник 3 – У3)⁴²; на издателства Питагор/Златното пате с автори И. Минчева, М. Димитрова и Р. Гернат (за краткост наричан тук учебник 4 – У4)⁴³; на издателство Архимед с автори З. Паскалева, М. Алашка, П. Паскалев и Р. Алашка (за краткост наричан тук учебник 5 – У5)⁴⁴; на издателство Анубис с автори Т. Витанов, Г. Кирова, З. Шаркова, И. Пушкарлова и Д. Парушева (за краткост наричан тук учебник 6 – У6)⁴⁵; на издателство Бит и техника (Варна) с автори Т. Вълкова и колектив (за краткост наричан тук учебник 7 – У7)⁴⁶; на издателство БУЛВЕСТ 2000 с автори М. Богданова, М. Темникова и В. Иванова (за краткост наричан тук учебник 8 – У8)⁴⁷ и на издателство Скорпио с автори Р. Петрова, Р. Стоянова и П. Даскова (за краткост наричан тук учебник 9 – У9)⁴⁸. Тези нови учебници се използват за първи път от учителите от учебната 2017/2018 година. За нас представлява научен интерес да направим сравнителен анализ на методическите похвати, използвани от авторите на деветте учебника по математика за втори клас при

⁴⁰ Алексиева, Л., Кирилова, М. (2017). *Математика за втори клас*. РИВА.

⁴¹ Гарчева, Ю., Манова, А. (2017). *Математика за втори клас*. Просвета.

⁴² Ангелова, В., Дойчинова, С. (2017). *Математика за втори клас*. Просвета Плюс.

⁴³ Минчева, И., Димитрова, М., Гернат, М. (2017). *Математика за втори клас*. Питагор и Златното пате.

⁴⁴ Паскалева, З., Алашка, М., Паскалев, П., Алашка, Р. (2017). *Математика за втори клас*. Архимед.

⁴⁵ Витанов, Т., Кирова, Г., Шаркова, З., Пушкарлова, И., Парушева, Д. (2017). *Математика за втори клас*. Анубис.

⁴⁶ Вълкова, Т., Рухова, М., Стоянова, Д., Димитрова, Д., Димитрова, И., Дамаскова, В., Лазарова, Ц. (2017). *Математика за втори клас*. Бит и техника.

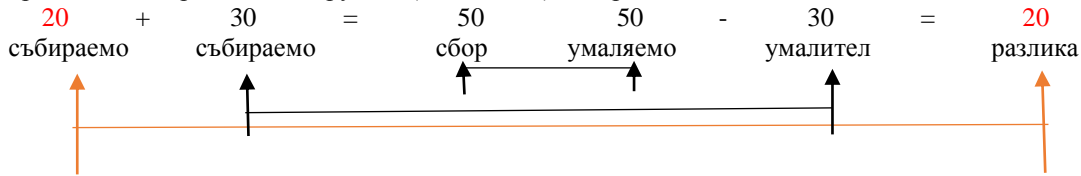
⁴⁷ Богданова, М., Темникова, М., Иванова, В. (2017). *Математика за втори клас*. БУЛВЕСТ 2000.

⁴⁸ Петрова, Р., Стоянова, Р., Даскова, П. (2017) *Математика за втори клас*. Скорпио.

разработване на учебното съдържание, свързано с намиране на неизвестно събираемо (в уроците за нови знания).

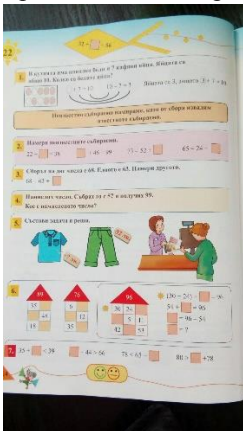
2. НАМИРАНЕ НА НЕИЗВЕСТНО СЪБИРАЕМО

Намирането на неизвестен компонент и свързаното с това определение, което се въвежда в началния етап на основната образователна степен в България винаги е било базирано на аритметична основа – на основата на зависимостите, които съществуват между компонентите и резултатите при двойките аритметични операции: събиране и изваждане, от една страна и умножение и деление, от друга. Тези зависимости могат графично да се представят по следния начин (фиг. 1.) Най-ефективният методически похват за ученици на 8-9 годишна възраст включва следните стъпки: 1) Записват се в хоризонтален ред един пример от действие събиране (с две различни събираеми) и до него обратния пример от изваждане; 2) Надписват се наименованията на компонентите и резултатите под съответните числа; 3) Равните числа се свързват с двупосочни стрелки, както е показано на фиг. 1.; 4) Остава са малко време на учениците да наблюдават и осмислят връзките на схемата; 5) Изтрива се първото събираемо и се замества със съответния символ за неизвестен компонент (празно квадратче, въпросителна, буква); 6) Проследява се, къде в примера от изваждане откриваме търсения компонент (в случая в позиция на разлика); 7) Формулира се правилото: „Неизвестното събираемо се намира като от сбора извадим другото (известното) събираемо.“



Фиг. 1. Опагледяване за намиране на неизвестно събираемо.

Какъв подход е избран в У1?⁴⁹ Използвана е текстова задача, предполагаща моделиране с неизвестно събираемо. Виж снимка 1. Това не е добър подход, тъй като учениците от втори клас се насочват директно към извършване на действие изваждане за намиране на крайния резултат, без да съставят модел с неизвестен компонент. Отлично решение е използването на схематичен модел като посочения във фигура 1. Правилото е записано веднага след решената изходна текстова задача върху цветен фон „Неизвестното събираемо намираме, като от сбора извадим известното събираемо“. В У2⁵⁰ откриваме изключително



Сн. 1. У1 – събираемо



Сн. 2. У2 – събираемо



Сн. 3. У3 – събираемо

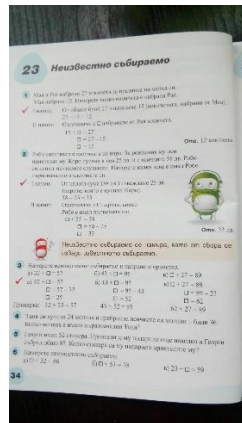
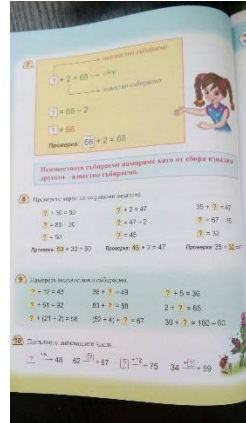
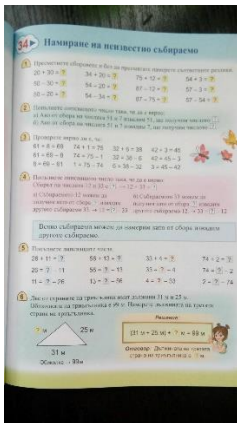
неясно представен подход. Виж снимка 2. Има илюстрация с 12 кашона, в долния ляв ъгъл на която има надпис „24 броя“. Въпросът над илюстрацията е: „Колко кашона още има на рафта?“. На илюстрацията няма дори оставено място за тези липсващи кашони. Под илюстрацията, в карето за нови знания е записано $24 - 12 = 12$ и до него проверка $12 + 12 = 24$. Отдолу следва правилото „Неизвестното събираемо се намира, като от сбора се извади известното събираемо“. Може да се каже, че похватът в този учебник с нищо не гарантира осмислянето и усвояването на правилото. В У3⁵¹ авторите са избрали да използват творческо

⁴⁹ Алексиева, Л., Кирилова, М. (2017). *Математика за втори клас*. РИВА.

⁵⁰ Гарчева, Ю., Манова, А. (2017). *Математика за втори клас*. Просвета.

⁵¹ Ангелова, В., Дойчинова, С. (2017). *Математика за втори клас*. Просвета Плюс.

упражнение – съставяне на текстова задача по картина. На картината има 5 деца около една маса, върху която има две неясни изображения (вероятно подноси с 23 сини и 12 червени сладки). Виж снимка 3. Условието е да се състави задача по картината. Вдясно са записани пример от събиране $23 + 12 = 35$ и под него двете обратни задачи: $35 - 12 = 23$ и $35 - 23 = 12$. Точно вторият запис е решението на задачата с неизвестно (ако има такава), а тъкмо при него резултатът 12 не е записан с червен цвят. Под трите примера в жълто каре е дадено правилото: „Ако от сбора извадим едното събираемо, получаваме другото събираемо“. Може да се каже, че и в този учебник, както и в У2 избраният подход е неподходящ. Втората задача е също в каре за нови знания. Там е дадена в готов вид задача с неизвестно събираемо: $16 + ? = 48$. Задачата е решена и е показана проверка. Към втората решена задача в урока, на розов фон е записано правило: „Неизвестното събираемо се намира, като от сбора се извади известното събираемо.“ В У4⁵² темата е разработена на две страници. В задача 4 се представя връзката между действие събиране и действие изваждане и е изведено определение „Едното събираемо можем да намерим като от сбора извадим другото събираемо.“ Виж снимка 4. В задача 7 върху фон за нови знания е записан решен пример с неизвестно събираемо като са обозначени компонентите. Виж снимка 4.1. Показана е и проверка. Върху син фон е написано правилото „Неизвестното събираемо намираме като от сбора извадим другото – известното събираемо.“ От готово решените примери в задачи 4 и 7 не става ясно на каква основа става намирането на неизвестен компонент. В У5⁵³ изборът на авторите е да тръгнат от сюжетна текстова задача. Това са задачи 1 и 2. Те са решени с изваждане. След това, като втори начин е показан модел на решението с неизвестно събираемо – без обяснения и без изваждане на връзки и зависимости. След втората решена задача върху жълт фон е поместено определението „Неизвестно събираемо се намира като от сбора се извади известното събираемо.“ Виж снимка 5. Както вече отбелязахме, използването на текстова задача за въвеждане намирането на неизвестен компонент не е добро методическо решение.



Сн. 4. У4.1. – събираемо Сн. 4.2. У4 - събираемо Сн. 5. У5 – събираемо Сн. 6. У6 - събираемо

В У6⁵⁴ за извеждане правилото за намиране на неизвестно събираемо е използвана изходна решена задача от вида математическа диктовка: „Гошо намислил едно число, прибавил към него 21 и получил 68. Кое число е намислил?“. Виж снимка 6. Този подход е добър, тъй като по условие задачата предполага записването на неизвестния компонент чрез символ. Веднага е указано с какъв символ ще се изобразява неизвестното събираемо – въпросителен знак в жълто кръгче. Задачата е решена и е показана проверката на решението. Правилото е записано с червен цвят в каре за правила: „Неизвестното събираемо намираме като от сбора извадим известното (другото) събираемо“. В У7⁵⁵ също както и в У6 е използвана задача за намислено число: „Иво намисли число. Прибави към него 37 и получи 89. Кое е намисленото число?“. Виж снимка 7. В карето за нови знания са изобразени две деца, които правят запис на задачата. Едното прави коректен запис, като означава намисленото (неизвестното) число с празно квадратче: $+ 37 = 89$. Другото изобразено дете прави следния запис: $37 + \square = 89$, което е абсолютно некоректно. Вдясно в карето е записано вярното

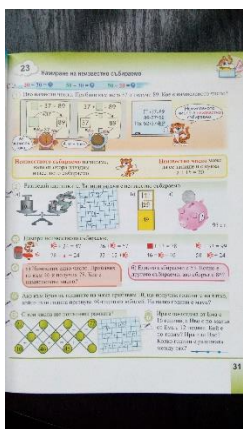
⁵² Минчева, И., Димитрова, М., Гернат, М. (2017). *Математика за втори клас*. Питагор и Златното пате.

⁵³ Паскалева, З., Алашка, М., Паскалев, П., Алашка, Р. (2017). *Математика за втори клас*. Архимед.

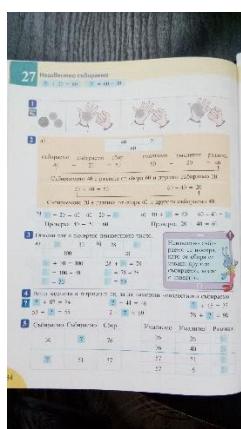
⁵⁴ Витанов, Т., Кирова, Г., Шаркова, З., Пушкарова, И., Парушева, Д. (2017). *Математика за втори клас*. Анубис.

⁵⁵ Вълкова, Т., Рухова, М., Стоянова, Д., Димитрова, Д., Димитрова, И., Дамаскова, В., Лазарова, Ц. (2017). *Математика за втори клас*. Бит и техника.

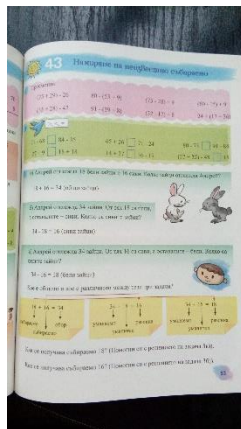
решение и като реплика на герой – тигърче е отбелязано, че намисленото число е неизвестно събираемо. Отдолу върху цветен фон е записано правилото „Неизвестното събираемо намираме, като от сбора извадим известното събираемо.“ Само в този учебник е използвано и буквено означение за отбелязване на неизвестното, което е нарушение на учебната програма по математика за втори клас.⁵⁶ В У8⁵⁷ е избран коректен методически подход – схематично представяне на връзката между компонентите и резултатите от аритметичните действия събиране и изваждане. Виж снимка 8. Схемата не е много добре представена (виж схемата на фиг. 1.). Правилото е поместено върху цветен фон, но не при решената изходна задача 2, а два при задача 3: „Неизвестно събираемо се намира, като от сбора се извади другото събираемо, което е известно.“ В последния девети учебник У9⁵⁸ са приложени два подхода. При задача 3, има решена изходна текстова задача от намиране сбор на две числа и са съставени и решени двете възможни обратни задачи. След това е поместена схема за връзките между компонентите и резултатите при аритметичните действия събиране и изваждане. Това е много добър похват. Виж снимка 9.1. При задача 5 се използва подход като в У6 и в У7: „Милена намислила число. Увеличила го с 37 и получила числото 63. Кое число е намислила Милена?“ Виж снимка 9.2. Задачата е решена като е съставен модел с обозначаване с празно квадратче на неизвестното събираемо (намисленото число). Няма, обаче, структуриран запис на решението на задачата, което е недостатък. Отдолу върху зелен фон е изписано правилото „Неизвестното събираемо се намира като от сбора се извади другото събираемо, което е известно.“



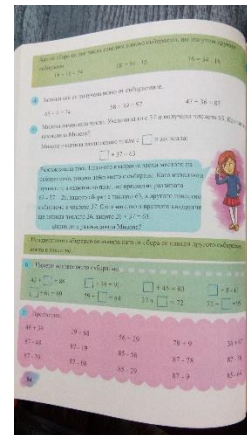
Сн. 7. У7 – събираемо



Сн. 8. У8 – събираемо



Сн. 9.1. У9 – събираемо



Сн. 9.2. У9 – събираемо

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От направения сравнителен анализ на методическите подходи, използвани от авторите на деветте одобрени учебника по математика за втори клас в България може да се направят някои изводи. Най-добре е разработено новото съдържание в темата „Намиране на неизвестно събираемо“ в У8 и в У9. Много добър подход е използването на изходна задача от типа: „Намислих едно число. Към него прибавих....и получих.....Кое е намисленото число?“, който откриваме в У6, У7 и У9. Използването на сюжетна текстова задача като изходна за въвеждане на неизвестно събираемо не е добро методическо решение (У1, У5). Може да се направи заключение, че използваните похвати в У2, У3, У4 са методически неиздържани.

ЛИТЕРАТУРА

- Алексиева, Л., Кирилова, М. (2017). *Математика за втори клас*. РИВА.
 Ангелова, В., Дойчинова, С. (2017). *Математика за втори клас*. Просвета Плюс.
 Богданова, М., Темникова, М., Иванова, В. (2017). *Математика за втори клас*. БУЛВЕСТ 2000.
 Витанов, Т., Кирова, Г., Шаркова, З., Пушкарова, И., Парушева, Д. (2017). *Математика за втори клас*. Анубис.

⁵⁶ Учебна програма по математика за втори клас (2016), утвърдена със Заповед № РД 09-300 от 17.03.2016 г. на адрес <https://mon.bg/bg/2190>

⁵⁷ Богданова, М., Темникова, М., Иванова, В. (2017). *Математика за втори клас*. БУЛВЕСТ 2000.

⁵⁸ Петрова, Р., Стоянова, Р., Даскова, П. (2017) *Математика за втори клас*. Скорпио.

Вълкова, Т., Рухова, М., Стоянова, Д., Димитрова, Д., Димитрова, И., Дамаскова, В., Лазарова, Ц. (2017).

Математика за втори клас. Бит и техника.

Гарчева, Ю., Манова, А. (2017). *Математика за втори клас*. Просвета.

Минчева, И., Димитрова, М., Гернат, М. (2017). *Математика за втори клас*. Питагор и Златното пате.

Паскалева, З., Алашка, М., Паскалев, П., Алашка, Р. (2017). *Математика за втори клас*. Архимед.

Петрова, Р., Стоянова, Р., Даскова, П. (2017) *Математика за втори клас*. Скорпио.

Закон за предучилищното и училищното образование (2015) на адрес <https://www.mon.bg/bg/57>

Учебна програма по математика за втори клас (2016), утвърдена със Заповед № РД 09-300 от 17.03.2016 г. на адрес <https://mon.bg/bg/2190>