KNOWLEDGE – International Journal
Vol. 22.1
Vrnjacka Banja, Serbia, March, 2018

MATHEMATICAL MODELS IN THE FUNCTION OF CREDIT RISK MANAGEMENT I

Kristina Zogović
University of Belgrade, Faculty of Economics, Serbia, zogovic.kristina@gmail.com

Abstract: In all activities of human activity and decision-making, we try to make the outcome as good as possible, but there is always a risk, that is, the possibility of not achieving the planned (to achieve partial or loss). It is necessary to look at all potential risks in order to reduce the credibility of adverse situations or losses of any kind. What makes analysis, measurement and risk assessment challenging is that they can vary, depending on a variety of factors. People have always been studying the risks. There are many models and risk theories depending on: the area, the historical aspect, the project phase (the process, the activity in which the assessments are made), from which the risk is assessed and many other factors. This paper presents the mathematical models of risk assessment used (or used) in the function of credit risk assessment and management. The most important step in risk management in each bank is identifying and determining the credit risk rating. Credit rating is a common name for the criteria, ie the criteria on the basis of which the ability of a certain natural or legal person (debtor) to return a loan is determined. its creditworthiness, or credit risk, or the probability that the bank (the provider of funds) will not be able to collect its claims on the basis of the loan issued. The ratings contain risk weightings for losses due to default of the other party. Throughout history they have developed (and developed) and used many models for assessing credit risk. In this paper, three quantitative models for risk assessment are considered: simple model, latent variable model and mix models, and one-factor Bernoulli mix models. A simple risk assessment model considers a portfolio of n loans (or bonds) in accordance with the difolt (uncertainty that characterizes the ability of the company to service its debts and liabilities). It is assumed that: all credit sizes are equal, all recovery rates are deterministic and equal, and all assumed indicators are assumed to be probable. In the latent variable model, the idea is that all debtors split into homogeneous groups. Within each group, all debtors (firms) have the same assumed probability. The estimation of the probability of a dipolt can be determined on the basis of how many taxpayers are difolt within each group. In the modeling of the Poisson mix by the model, the random vector X = (X1, ..., Xn) is considered, in which X is the vector of the independent Bernoulli random variables with certain properties, and there is a random vector Z = (Z1, ..., Zm), m < n, and the functions λi: Rm → (0, ∞), i∈ {1, ..., n}, which depends on Z, where X is the vector of Poisson's Po (λi (Z)) - distributions of random variables.
Keymords: mathematical models, management, credit risks

MATEMATIČKI MODELI U FUNKCIJI UPRAVLJANJA KREDITNIM RIZICIMA I

Kristina Zogović
Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet, Srbija, zogovic.kristina@gmail.com

Rezime: Pri svim aktivnostima ljudskog djelovanja i donošenju odluka trudimo se da ishod bude što je moguće bolji, ali uvijek postoji opasnost (rizik), tj. mogućnost da se ne ostvari planirano (da se ostvari djelimično ili da dođe do gubitka).Neophodno je sagledati sve potencijalne rizike kako bi se smanjila vjreovatnoća da dođe do neželjenih situacija ili gubitaka bilo koje vrste. Ono što analizu, mjerenje i procjenu rizika čini izazovnim je da oni mogu varirati u zavisnosti od mnoštva faktora. Oduvjek su ljudi izučavali rizike. Postoje mnogi modeli i teorije rizika u zavisnosti od: oblasti, istorijskog aspekta, faze projekta (procesa, aktivnosti u kojoj se radi procjena), iz čijeg ugla se procjenjuje rizik i mnogih drugih faktora. U ovom radu su prikazani matematički modeli procjene rizika koji se upotrebljavaju (ili su se upotrebljavali) u funkciji procjene i upravljanja kreditnim rizicima. Najvažniji korak u upravljanju rizicima u svakoj banci je identifikovanje i određivanje rejtinga kreditnog rizika. Kreditni rejting je zajednički naziv za kriterijume, odnosno mjerila na osnovu kojih se određuje sposobnost određene fizičke ili pravne osobe (dužnika) da vraća kredit, tj. njena kreditna sposobnost, odnosno kreditni rizik ili vjerovatnoća da banka (davalac sredstava) neće moći naplatiti svoja potraživanja na temelju izdatog kredita. Rejtinzi sadrže procjene rizika gubitaka zbog neispunjenja obaveza druge strane. Kroz istoriju su se razvijali (i razvijaju) i upotrebljavali mnogi modeli za procjenu kreditnog rizika. U ovom radu razmatraju se tri kvantitativna modela za procjenu rizika, i to: jednostavni model, latentni varijabilni model i miks modeli i jednofaktorski Bernulijevi miks modeli. Kada je riječ o tzv. jednostavnom modelu procjene rizika razmatra se portfolio od n kredita (ili obveznica) u skladu sa difoltom

(neizvjesnost koja karakteriše sposobnost preduzeća da servisira svoje dugove i obaveze). Pretpostavlja se da su: sve kreditne veličine jednake, sve stope oporavka determinističke i jednake i svi podrazumijevani pokazatelji su sa podrazumijevanom vjerovatnoćom. Kod latentnog varijabilnog modela polazi se od ideje da se svi dužnici podijele u homogene grupe. U okviru svake grupe svi dužnici (firme) imaju istu podrazumijevanu vjerovatnoću. Procjena vjerovatnoće difolta se može odrediti na osnovu toga koliko ima obveznika koji su difolt unutar svake grupe. Kod modeliranja Poasonovim miks modelom posmatra se slučajni vektor **X**= ($X1, \ldots, Xn$) kod koga je X vektor nezavisnih Bernulijevih slučajnih promjenjivih sa određenim svojstvima i postoji slučajan vektor Z = (Z1,...,Zm), m < n, i funkcije $\lambda i{:}Rm \rightarrow (0,\infty), i \in \{1,\ldots,n\}$, zavisne od Z, pri čemu je X vektor nezavisne Poasonove Po(λi(Z))-raspodjele slučajnih promjenjivih.

1. UVOD

Oduvijek i u svim sferama ljudskog djelovanja postojao je i postoji rizik. Ekonomisti i matematičari (ali i stručnjaci iz drugih oblasti) pokušavali su i pokušavaju da procijene rizik što bolje kako bi se smanjila vjerovatnoća grešaka i gubitaka. Kroz istoriju su se razvijali mnogi modeli za procjenu rizika. Pojavom velikih kriza uvidjelo se da razvijeni modeli nisu dovoljno dobri i da se moraju unapređivati i prilagođavati novonastalim situacijama i promjenama.

2. POJAM I PROCES KREDITNOG REJTINGA

Kreditni rizik je osnovni rizik u bankarskim sistemima. Prvi i najvažniji korak u upravljanju kreditnim rizikom je identifikovanje i rejting (*Credit rating)* kreditnog rizika. Kreditni rejting je zajednički naziv za kriterijume, odnosno mjerila na osnovu kojih se određuje sposobnost određene fizičke ili pravne osobe (dužnika) da vraća kredit, tj. njena kreditna sposobnost, odnosno kreditni rizik ili vjerovatnoća da banka (davalac sredstava) neće moći naplatiti svoja potraživanja na temelju izdatog kredita. Rejtinzi sadrže procjene rizika gubitaka zbog neispunjenja obaveza druge strane. Rejtinzi se zasnivaju na razmatranju odgovarajućih kvalitativnih i kvantitativnih informacija. Kreditni rejting uključuje, kako formalne/konkretne kriterijume koji se temelje na kreditnoj istoriji neke osobe ili entiteta (tzv. kreditni skor), tako i apstraktne kriterijume koji npr. mogu biti reputacija ili životne navike pojedinca, odnosno politička nestabilnost kada su u pitanju države. U modernom svijetu kreditni rejting određuju za to specijalizovana preduzeća, odnosno agencije za kreditni rejting, od kojih su najpoznatije ili tzv. velika trojka S*tandard & Poor's*, *Moody's i Fitch Ratings*. Proces upravljanja sistemom rejtinga dozvoljava menadžmentu banke da upravlja rizicima kako bi maksimizirao prihode. Svaka banka analizira individualne kredite. Sumarni indikatori rizika svojstveni individualnom riziku nazivaju se interni rejtinzi.
Ključni ulazni parametri kalkulacije regulatornog kapitala su: vjerovatnoća neplaćanja (PD- *Probability at Default*) i dvije komponente rizika LGD (*Loss Given Default* - gubici u slučaju neplaćanja) i EAD (*Exposure at Defaulte* - izloženost gubicima). Određivanje ovih komponenti i rejting sistema su ključne komponente procesa upravljanja rizicima. Pristup zasnovan na internom rejtingu (IRB) u novom Bazelskom kapitalnom dogovoru dozvoljava bankama da koriste sopstvene modele rejtinga pri procjeni vjerovatnoće difolta (PD) sve dok ti modeli ispunjavaju propisane minimalne zahtjeve. U skladu sa tim, očekivani gubici (EL - *Expected losses*) se izračunavaju po sljedećoj formuli: EL=PD ·LGD·EAD. Veoma je važno dobro poznavati kompletan proces upravljanja rejtinzima u cilju smanjenja kreditnog rizika. Tu na scenu stupaju modeli kreditnih rizika. Postoje razni modeli za procjenu rizika od gubitka.

3. MODELI PROCJENE KREDITNOG RIZIKA

U nastavku ćemo govoriti o modelima procjene rizika. Postoje razne vrste modela procjene kreditnog rizika. Na samom startu neophodno je pomenuti pojam difolt rizik (*Default risk*). To je neizvjesnost koja karakteriše sposobnost preduzeća da servisira svoje dugove i obaveze. Pridržavajući se induktivnog načina razmišljanja, na početku ćemo objasniti tzv. jednostavni model (*Simpl model*) procjene rizika za n kredita.

3.1. Simpl model

Razmotrimo portfolio koji se sastoji od n kredita (ili obveznica) u skladu sa difoltom. Da je kredit u skladu sa difoltom znači da sa nekom vjerovatnoćom p_i, dužnik *i* neće biti u mogućnosti da vrati kredit. Svaki kredit ima svoju odgovarajuću veličinu L_i. Ako postoji difolt tada zajmodavac (npr. banka) neće izgubiti cjelokupan iznos L_i, već iznos $1-\lambda_i$, koji je proporcionalan veličini kredita. Veličinu $\lambda_i \in [0, 1]$ nazivamo stopa oporavka kredita *i*. LGD (*loss-given-default)* za kredit *i*, što je, u stvari, iznos koji je izgubio zajmodavac u slučaju da je difolt dat jednakošću: $\mathrm{LGD}_i = (1-\lambda_i)\cdot L_i$.U nekom trenutku T, recimo godinu od sada, svaki dužnik će biti u jednom od dva stanja, u difoltu ili neće biti u difoltu. Model stanja svakog dužnika u trenutku T možemo predstaviti Berulijevom slučajnom promjenjivom:

$$X_i = \begin{cases} 1 \text{ ako je dužnik i u difoltu }, \\ 0 \qquad\qquad \text{inače.} \end{cases}$$

Difolt vjerovatnoća obveznika (dužnika) *i* je data sa $p_i = P(X_i = 1)$. Ukupni gubitak u vremenu T zbog dužnika u defaultu dat je sa: $L = \sum_{i=1}^{n} X_i \cdot LGD_i = \sum_{i=1}^{n} X_i \cdot (1 - \lambda_i) \cdot L_i$

Važno pitanje u kvantitativnom upravljanju kreditnim rizikom je da se razumije distribucija slučajne promjenjive L. S obzirom na to da znamo veličinu Li svakog kredita, moramo da napravimo model multivarijacionog slučajnoga vektor $(X_1, \ldots, X_n, \lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ u cilju dobijanja (pronalaženja) distribucije gubitak L. Većina komercijalnih modela koji su danas u upotrebi uzimaju stopu oporavka da bude nezavisna od $X = (X_1, \ldots, X_n)$ i nezavisna od svih ostalih promjenjivih. Ovo ostavlja u suštini zajedničku distribuciju difolt indikatora X da bude modelovana.Ovaj (jednostavni) model možemo upotrebljavati kada su sve kreditne veličine jednake, $L_i = L_1$, sve stope oporavka su determinističke i jednake $\lambda_i = \lambda_1$ i svi podrazumijevani pokazatelji Xi su sa podrazumijevanom vjerovatnoćom p. Onda je gubitak dat sa $L = LGD_1$ N, gde je $N = \sum_{i=1}^{n} Xi$ Binomialna (n, p) - distribucija. U nastavku ćemo prikazati neke složenije modele za difolt indikatore X.

3.2. Latentni varijabilni modeli

Pošto je praktično nemoguće dobiti istorijske opservacije difolt indikatora X_i za dužnika i (prilično je neuobičajeno da je firma imala difolt mnogo puta ranije), dobra je ideja da se svi dužnici podijele u homogenih grupa. U okviru svake grupe svi dužnici (firme) imaju istu podrazumijevanu vjerovatnoću. Procjena vjerovatnoće difolta se onda može odrediti na osnovu toga koliko ima obveznika koji su difolt unutar svake grupe, što dovodi do povećanja veličine uzorka. U tom cilju možemo uvesti stanje promjenjive (*state variable)*

$S = (S_1, \ldots, S_n)$, gdje Si predstavlja stanje dužnika (obveznika) i. Pretpostavljamo da je stanje cio broj u skupu $\{0, \ldots, m\}$ gdje $S_i = 0$ ukazuje na to da je dužnik i u stanju difolta. Druga stanja mogu se posmatrati kao da je dužnik u različitim klasama rejtinga. Neka X_i označava difolt pokazatelj dužnika i, tj:

$$X_i = \begin{cases} 0 & ako\ je\ Si \neq 0, \\ 1 & ako\ je\ Si = 0. \end{cases}$$

Vektor $X=(X_1, \ldots ,X_n)$ je vektor difolt indikatora i difolt vjerovatnoća je $p_i= P(X_i=1)$.

Često se stanje varijable $S = (S1, \ldots ,Sn)$ modeluje koristeći tzv. vektor latentnih varijabli -$Y = (Y_1, \ldots Y_n)$; npr. Y_i predstavlja vrijednost imovine, odnosno povratka imovine dužnika i. Obično imamo broj pragova d_{ij}, $i = 1, \ldots, n$, $j = 0, \ldots, m + 1$, pri čemu je $d_{i0} = -\infty$ i $d_{i(m+1)} = \infty$. Stanje Si dato je pomoću Yi sa:

$$S_i = j \text{ ako je } Y_i \epsilon \{dij, di(j+1)\}$$

Neka F_i, označava distribuciju Y_i. Difolt se dešava ako $Y_i \leq d_{i1}$ a samim tim i difoltna vjerovatnoća data je sa $p_i = F_i (d_{i1})$. Ako posmatramo vjerovatnoću za prvih k dužnika, recimo, tada je difolt dat sa (uz pretpostavku da se F_{is} kontinuirano nastavlja),

$$\begin{aligned} p_{1\ldots k} &= P(Y_1 \leq d_{11}, \ldots, Y_k \leq d_{k1}) \\ &= C(F_1(d_{11}), \ldots, F_k(d_{k1}), 1, \ldots, 1) \\ &= C(p1, \ldots, pk, 1, \ldots, 1), \end{aligned}$$

gdje C označava kopulu od Y[109]. Kako su marginalne difolt vjerovatnoće F_i (d_{i1}) male, zajednička podrazumijevana vjerovatnoća će u velikoj mjeri zavisiti od izbora kopule C.

Primjer 1. Razmotriti kreditni portfolio sa n = 100 dužnika, u kojem je kreditni rizik modelovan pomoću latentnog varijabilnog modela sa kopulom C. Pretpostavimo da je C zamjenjiva kopula, odnosno da je:

$$C(u_1, \ldots, u_n) = C(u_{\pi(1)}, \ldots, u_{\pi(n)}),$$

gdeje je π proizvoljna permutacija skupa$\{1, \ldots n\}$. Pretpostavimo dalje da je pojedinačna difolt vjerovatnoća svakog dužnika jednaka $p = 0{,}15$, tj. $p_i = p = 0{,}15$. Neka N označava broj difolta i neka $\rho_\tau(Y_i, Y_j) = \tau$,$i \neq j$, označavaju Kendalov τ između bilo koje dvije latentne varijable (za koje se pretpostavlja da imaju neprekidne funkcije raspodjele). Pretpostavljamo da je $\tau = 0$ i da simuliramo broj difolta 105 puta. Situacija koja nastaje uz upotrebu navedenih inputa dovodi do toga da je nula korelacija daleko od nezavisnosti, jer zavisnost strukture nije Gausova.

[109] U teoriji vjerovatnoće i statistika, kopula je multivarijaciona raspodjela za koju je marginalna raspodjela vjerovatnoća svake varijable uniformna.Kopula se koristi da opiše zavisnost slučajnih promjenjivih.

3.3. Miks modeli (*Mixture models*)

Slučajni vektor **X**= ($X_1, \dots, X_n$) modeliramo Bernulijevim mješovitim (miks) modelom ako postoji slučajni vektor **Z**= ($Z_1, \dots, Z_m$), $m < n$, i funkcije $f_i : \mathbf{R}^m \to [0,1], i \in \{1,\dots,n\}$ koje zavise od Z, X je vektor nezavisnih Bernulijevih slučajnih promjenjivih takvih da važi:

$$P(X_i = 1 \mid \mathbf{Z}) = f_i(\mathbf{Z}), \qquad P(X_i = 0 \mid \mathbf{Z}) = 1 - f_i(\mathbf{Z}).$$

Za x = ($x_1, \dots, x_n$) $\in \{0, 1\}^n$ imamo sljedeće:

$$P(X=x|Z)=\prod_{i=1}^{n} f_i(Z)^{x_i}(1-f_i(Z))^{1-x_i}$$

Bezuslovna vjerovatnoća je data sa:

$$P(X=x|Z)=E(P(X=x|Z)) = E\left(\prod_{i=1}^{n} f_i(Z)^{x_i}(1-f_i(Z))^{1-x_i}\right)$$

Ako su sve funkcije f_i jednake, $f_i = f$, tada, u zavisnosti od Z, broj difolta je $N=\sum_{i=1}^{m} X_i$ Binominalna(n, f(Z))-raspodjela.

Slučajni vektor X = ($X_1, \dots, X_n$) modeliramo Poasonovim mješovitim modelom (*Poisson mixture model*) ako postoji slučajan vektor Z = ($Z_1,\dots,Z_m$), m < n, i funkcije $\lambda_i : R^m \to (0,\infty), i \in \{1,\dots,n\}$,zavisne od Z, pri čemu je X vektor nezavisne Po(λ_i(Z))-raspodjele slučajnih promjenjivih. U ovom slučaju imamo:

$$P(X_i = x_i \mid \mathbf{Z}) = \frac{\lambda_i(\mathbf{Z})^{x_i} e^{-\lambda_i(\mathbf{Z})}}{x_i!}, \; x_i \in N$$

Za x = ($x_1, \dots, x_n$) $\in N^n$ imamo:

$$P(X = x \mid Z) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i(\mathbf{Z})^{x_i} e^{-\lambda_i(\mathbf{Z})}}{x_i!}$$

Bezuslovna vjerovatnoća je tada data sa:

$$P(X = x) = E(P(X = x \mid Z)) = E\left(\prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i(\mathbf{Z})^{x_i} e^{-\lambda_i(\mathbf{Z})}}{x_i!}\right)$$

Korišćenje Poasonovog miks modela za modeliranje difolta može biti motivacija za korišćenje na način koji će biti opisan u nastavku.

Pretpostavimo da je $\tilde{X}$ = ($\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_n$) koristi Poasonov miks model sa faktorom Z. Neka je $X_i = \mathbf{I}_{[1,\infty)}(\tilde{X}_i)$. Tada za X = ($X_1, \dots, X_n$) koristimo Bernulijev miks model pomoću: $f_i(\mathbf{Z}) = 1 - e^{-\lambda_i(\mathbf{Z})}$

Ako je Poasonov parametar $\boldsymbol{\lambda}_i(\mathbf{Z})$ mali, tada je $\tilde{N}=\sum_{i=1}^{n}(\tilde{X}_i)$ približno jednak broju dužnika koji su u difoltu, zavisnih od Z, $\tilde{N}$ je Poasonova(λ) raspodjela sa $\lambda(Z) = \sum_{i=1}^{n}(\lambda_i(\mathbf{Z}))$.

<u>Primjer 2</u>. Banka ima portfolio kredita od 100 kredita. Neka je X_k=1u slučaju difolta a suprotno 0. Ukupan broj difolta je $N = X_1 + \cdots + X_{100}$.

(a) Pretpostavimo da su nezavisni i jednako raspodijeljeni sa P(X_1 = 1) = 0.01. Izračunati E(N) i P(N=k) za $k \in \{0, \dots, 100\}$.

(b) Razmotrimo faktor rizika Z koji reflektuje stanje ekonomije. Pretpostavimo zavisnost od Z, difolt indikatori su nezavisni i jednako raspodijeljeni sa P(X_1 = 1 | Z) = Z, gdje je,

$$P(Z = 0.01)=0i\ P(Z=0.11)=0.1.\ \text{Izračunati } E(N).$$

(c) Razmotrimo faktor rizika Z koji reflektuje stanje ekonomije. Pretpostavimo zavisnost od Z, difolt indikatori su nezavisni i jednako raspodijeljeni sa, P(X_1 = 1 | Z) = Z^9, gdje je Z ravnomjerno raspodijeljena na (0,1). Izračunati E(N).

Slučaj (a): imamo da je $N \sim$ Binomna(100, 0.01) raspodjela.
Tada je,

$E(N)=100\cdot0.01=1$ i $P(N=k)=\binom{100}{k}0{,}01^{k}\,0{,}99^{100-k}$.

Slučaj (b): imamo da je $N \mid Z \sim$ Binomna$(100,Z)$ raspodjela.
Tada je,

$$\begin{aligned}E(N) &= E(E(N \mid Z)) = E(100Z) = 100\,E(Z)\\ &= 100(0.01\cdot0.9 + 0.11\cdot0.1) = 0.9 + 1.1 = 2.\end{aligned}$$

Slučaj (c): imamo da je $N \mid Z \sim$ Binomna$(100,Z^9)$ raspodjela. Tada je,

$E(N) = E(E(N \mid Z)) = E(100Z^9) = 100E(Z^9) = 100\cdot0.1 = 10.$

ZAKLJUČAK

Pri izradi modela za upravljanje kreditnim rizikom mnogi ekonomisti i matematičari su polazili od nerealističnih (čak i apsurdnih) pretpostavki, i to: savršenih tržišta i znanja, slobodnih transakcija, indiferentnosti ka gotovini, riziku i zajmovnim uslovima, poreske neutralnosti, istog razmišljanja svih igrača, nerizične operacije, stalnog određivanja cijena, savršeno sprovođenja naloga, racionalnih tržišnih učesnika koji trenutno reaguju na novosti, cjenovne varijacije (usljed Gausove distribucije), konstantnih (nerizičnih) kamatnih stopa, konstantne volatilnosti cijena akcije, ambijenta (država, regija, svijet) koji karakterišu nerizične kontra strane i zakonske izvjesnosti, jednakosti akcija i obveznica i mnogih drugih. Nerealistične i pogrešne premise često su za posljedicu imale pogubne greške i velike gubitke. Finansijske krize su pogodile mnoge investitore. Investicione firme su pretrpjele povelike gubitke svojih aktiva, iako su se oslanjale na određene modele za upravljanje rizikom. Recimo, standardna devijacija je bila najčešće korišćena mjera rizika u industriji. Krize koje su se pojavljivale kroz istoriju pokazivale su i dokazivale da poznati modeli (obrasci) rizika investiranja nedovoljno dobro prognoziraju ekstremne događaje, odnosno rizik.Modeli se moraju unapređivati i korigovati shodno činjenici da su promjenjivost i nepredvidljivost jedine izvjesne.

LITERATURA

[1] Alexande, C., “Managing Operational Risks with Bayesian Networks”, Mc Graw Hill, 2015
[2] Andritzky, J., “Sovereign Default, Risk Valuation, Implications of Debt Crises and Bond Restructurings”, 2014
[3] Barth, J., Caprio, G., Jr. i Levine, R., “Banking Systems around the Globe: Do Regulation and Ownership? Affect Performance and Stability?”, Mc Graw Hill, 2013
[4] Grody, A., Hughes, J. i Tom, S., “Risk Accounting: A Next Generation Risk Management System for Financial Institutions”, Mc Graw Hill, 2012
[5] Damodara, A., “Applied Corporate Finance”, Second Edition, 2004
[6] Đ.Đukić, „Upravljanje rizicima i kapitalom u bankama“, CID, 2007
[7] Jorion, P.,” Value at Risk”, 3 -rd edition, Mc Graw Hill, 2007
[8] Jorion, P.,” Financial Risk Management Handbook”, 2nd edition John Wiley, 2009
[9] King, J., “Operational Risk: EVT Models”, Genoa (UK), 2014
[10] Kozarević , E.,“**VaR** pristup evaluaciji kreditnog rizika banaka (kreditni VaR modeli)“, pregledni rad
[11] Lakić, S. i Živković, A., “Validnost kvantitativnih modela u finansijskoj industriji u kontekstu finansijske krize”, , *JEL Classification: G 21; O 16; Original scientific paper, Received: November* 12, 2010
[12] Martellini, L., Priaulet,P. and Priaule, S., “Fixed-Income Securities Valuation, Risk Management and Portfolio Strategies”, 2011
[13] Mišić, V., “Interni modeli upravljanja kreditnim rizikom“,UDK 005.334:336,71, naučni rad
[14] McNeil, F., „Copulas and kredit risk models“, Risk Magasine (2002)
[15] Freixas, X. i Rochet, Jean-Charles Crisil, R. “Microeconomics of Banking Second Edition”,
a. Ravimohan, 2004
[16] Hillier, F., Lieberman, G., “Introduction to operations research”, 7-rd edition,
[17] Hult, H. i Lindski, F., “Mathematical Modeling and Statistical Methods for Risk Management”, Lecture Notes, 2007